RAČUN DIOBE

Opšti problem koji se rješava ***PROSTIM RAČUNOM DIOBE*** možemo formulisati na sljedeći način: *Datu veličinu A predstaviti kao zbir veličina* x_1, x_2, ... x_n, *tako da te veličine budu proporcionalne ili obrnuto proporcionalne datim veličinama* a_1, a_2, ... a_n *sa istim koeficijentom proporcionalnosti k.*

$$A = x_1 + x_2 + ... + x_n = \sum_{i=1}^{n} x_i$$

$$x_i = k\, a_i \quad \text{ili} \quad x_i = \frac{k}{a_i}, \qquad i = \overline{1, n}$$

PROSTI RAČUN DIOBE

DIREKTNA PROPORCIONALNOST: $x_i = ka_i$ $\qquad i = \overline{1, n}$

Slijede **PROSTE proporcije**:

$$x_1 : x_2 = a_1 : a_2$$

$$x_1 : x_3 = a_1 : a_3$$

....

$$x_1 : x_n = a_1 : a_n$$

Odnosno, jedna **PRODUŽENA proporcija**:

$$x_1 : x_2 : \ldots : x_n = a_1 : a_2 : \ldots : a_n$$

PROSTI RAČUN DIOBE

U slučaju **OBRNUTE PROPORCIONALNOSTI** važe relacije:

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = A \quad \text{i} \quad \sum_{i=1}^{n} x_i = k \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{a_i}$$

Slijedi da je koeficijent

$$k = \frac{A}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{a_i}}$$

SLOŽENI RAČUN DIOBE

$$x_i = k(a_i b_i c_i \ldots p_i)$$

veličina x_i je direktno proporcionalna veličinama a_i, b_i, c_i, ... p_i

$$x_i = \frac{k}{a_i b_i c_i \ldots p_i}$$

veličina x_i je obrnuto proporcionalna veličinama a_i, b_i, c_i, ... p_i

$$x_i = k a_i b_i \ldots \frac{p_i}{\alpha_i \beta_i \ldots \eta_i}$$

veličina x_i je direktno proporcionalna veličinama a_i, b_i, c_i, ... p_i i istovremeno obrnuto proporcionalna nekim drugim veličinama α_i, β_i, ... ,η_i

PRIMJER 1:

U elementarnoj nepogodi brod je pretrpio štetu od A=11.400.000. Vrijednost broda je a_1=210.600.000, vrijednost tereta a_2=16.300.000, prevoz je a_3=1.100.000. Nastalu štetu snose brodovlasnik, vlasnik tereta i prevoznik proporcionalno navedenim vrijednostima. Koliku štetu snosi svaki od njih pojedinačno?

Neka su x_1, x_2, x_3 djelovi štete koju snose navedena lica redom.

$x_1 = 210.600.000\ k$

$x_2 = 16.300.000\ k$ odnosno $x_1 + x_2 + x_3 = 228.000.000\ k$

$x_3 = 1.100.000\ k$

Ukupna šteta je 11.400.000 : $228.000.000\ k = 11.400.000$

odnosno: $k = 0{,}005$ $x_1 = 0{,}05 \cdot 210.600.000 = 10.530.000$

$x_2 = 815.000$ $x_3 = 55.000$

PRIMJER 2:

Tri naselja napravila su most za 3.720.000 . Prvo naselje udaljeno je od mosta 3 km, drugo 2 km i treće 5 km. Učešće u cijeni mosta je obrnuto proporcionalno udaljenosti naselja od mosta. Koliko je učešće svakog naselja pojedinačno?

Označimo sa x_1, x_2 i x_3 učešća naselja u cijeni mosta.

$$x_1 = \frac{k}{3} \qquad x_2 = \frac{k}{2} \qquad x_3 = \frac{k}{5}$$

Kako je ukupna cijena: $x_1 + x_2 + x_3 = 3.720.000$

Iz navedenih uslova slijedi da je: $k = 3.600.00$

odnosno:

$x_1 = 1.200.000$, $x_2 = 1.800.000$, $x_3 = 720.000$

RAČUN SMJEŠE

Primjenjuje se u slučaju kada treba odrediti količinu ili odnose roba iste vrste ali različitog kvaliteta da bi se njihovim miješanjem dobila roba iste vrste ali određenog kvaliteta.

$$k = \frac{k_1 x_1 + k_2 x_2 + \cdots + k_n x_n}{x_1 + x_2 + \cdots + x_n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} k_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} x_i}$$

ponderisana aritmetička sredina brojeva $k_1, k_2, \ldots, k_n$

k_i - brojno izražen odgovarajući kvalitet robe od koje se pravi smješa

x_i - potrebna količina i-te robe

PRIMJER 3:

Ako je procenat soli u morskoj vodi 3 % koliko litara čiste vode treba dodati na 40 l morske vode da bi koncentracija soli pala na 2 %?

Uvedimo sledeće oznake:

$k_1 = 3\% = 0{,}03$ $x_1 = 40$

$k_2 = 0\% = 0$ $x_2 = ?$

$k = 2\% = 0{,}02$

Kako je relacija za račun smješe $k_1 x_1 + k_2 x_2 = k\,(x_1 + x_2)$

slijedi $0{,}03*40 + 0*x_2 = 0{,}02*\,(40 + x_2)$

čijim rješavanjem se dobija da je

$x_2 = 20$

PROCENTNI RAČUN

Razlomak $\frac{p}{100}$ zovemo **procentom** i označavamo sa p%

$$\frac{p}{100} \equiv p\%$$

Broj K od koga se izračunava procenat zove se ***osnova*** ili ***glavnica***, broj p ***procentna stopa***, a proizvod procenta p% i glavnice K - ***interes*** ili ***procentni iznos*** i.

$$i = p\%K = \frac{pK}{100}$$

odnosno zapisano u obliku proporcije:

$$K : i = 100 : p$$

Razlomak čiji je imenilac 1.000 zove se ***promil*** i za njegovu oznaku koristićemo simbol **‰**

$$\frac{p}{1000} \equiv p‰$$

PRIMJER 4:

Razliku prodajne cijene od 3.036 i nabavne cijene od 2.640 neke robe izraziti procentom od nabavne cijene?

I način: Primjenom formule p=100i/K.

II način: Postavljanjem jednačine:

$$2640 + p\%2640 = 3.036$$

$$\Rightarrow p = 15$$

VERIŽNI RAČUN I ARBITRAŽA ROBE

- ✓ Verižni račun se koristi za određivanje odnosa dvije veličine, ako je on dat indirektno preko niza direktno proporcionalnih veličina.
- ✓ Njegovu ispravnost možemo provjeriti preko niza pravila, tj. prostih proporcija.
- ✓ Početak i kraj "lanca" moraju biti istorodne veličine.
- ✓ Ima primjenu u arbitraži robe, tj. kod donošenja odluke koju ponudu za kupovinu određene robe treba prihvatiti.

PRIMJER 5:

Koliko treba platiti na ime poreza na promet na 5.000 l nafte, ako se po 1 kg plaća 0,7 n.j. i ako je 25 l nafte teško 19,325 kg.

$$x\,n.j. \;|\; 5.000\,l$$

$$25\,l \;|\; 19{,}325\,kg$$

$$1\,kg \;|\; 0{,}7\,n.j.$$

$$x = 5.000 \cdot 19{,}325 \cdot \frac{0{,}7}{25 \cdot 1} = 2.705{,}5\,n.j.$$

AMORTIZACIJA OSNOVNOG SREDSTVA

Vrijednost osnovnog sredstva se svake godine umanjuje za određeni iznos - ***godišnju amortizaciju***, koja se izražava ***amortizacionom stopom*** **-** brojem koji kazuje za koliko se procenata od a) nabavne (početne) vrijednosti, ili b) vrijednosti sredstava iz prethodne godine, umanjuje vrijednost osnovnog sredstva.

RAVNOMJERNA (LINEARNA) AMORTIZACIJA - amortizaciona stopa se primjenjuje na početnu vrijednost (slučaj a).

DEGRESIVNA AMORTIZACIJA - amortizaciona stopa primjenjuje na vrijednost osnovnog sredstva iz predhodne godine (slučaj b).

Zbir svih godišnjih amortizacija zove se ***amortizacioni fond.***

RAVNOMJERNA AMORTIZACIJA

$$A_1 = \frac{aK}{100} = A_2 = \ldots = A_n$$

godišnje amortizacije su jednake

Vrijednost osnovnog sredstva krajem prve, druge, ... , n-te godine:

$$K_1 = K - A_1 = K - \frac{aK}{100} = K(1 - \frac{a}{100})$$

$$K_2 = K_1 - A_2 = K - \frac{aK}{100} - \frac{aK}{100} = K(1 - \frac{2a}{100})$$

...

$$K_n = K_{n-1} - A_n = K(1 - \frac{na}{100})$$

K - početna vrijednost osnovnog sredstva,

a - amortizaciona stopa,

K_n - vrijednost osnovnog sredstva krajem n-te godine

A_n - godišnja amortizacija za n-tu godinu.

RAVNOMJERNA AMORTIZACIJA

Uzastopne vrijednosti $K, K_1, K_2, \ldots, K_n$ osnovnog sredstva su članovi aritmetičkog niza čiji je prvi član $a_1 = K$ i razlika $d = -A_1$.

Amortizacioni fond za n godina je: $A = A_1 + A_2 + \ldots + A_n = nA_1$

Osnovno sredstvo se otpisuje onda kada je njegova vrednost nula, tj.:

$$K_n = 0 \quad \text{odnosno} \quad K(1 - \frac{na}{100}) = 0$$

Iz ove jednačine dobijamo **vijek trajanja** osnovnog sredstva:

$$n = \frac{100}{a}$$

DEGRESIVNA AMORTIZACIJA

$$A_1 = a\%K \Rightarrow K_1 = K - A_1 = K - \frac{aK}{100} = K(1 - \frac{a}{100})$$

$$A_2 = a\%K_1 = \frac{a}{100} \cdot K(1 - \frac{a}{100}) \Rightarrow K_2 = K_1 - A_2 = K(1 - \frac{a}{100})^2$$

…

$$A_n = \frac{a}{100} \cdot K(1 - \frac{a}{100})^{n-1} \Rightarrow K_n = K(1 - \frac{a}{100})^n$$

✓Godišnje amortizacije A_1, A_2, … ,A_n su prvih n uzastopnih članova geometrijskog niza čiji je prvi član A_1 i količnik $q = 1 - \frac{a}{100}$

✓Uzastopne vrijednosti osnovnog sredstva su članovi geometrijskog niza sa prvim članom K i količnikom $q = 1 - \frac{a}{100}$

✓Amortizacioni fond za prvih n godina je zbir prvih n članova geometrijskog niza

$$A = A_1 + A_2 + \ldots + A_n = A_1 \frac{1 - q^n}{1 - q}$$